

Zadanie 1. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony w następujący sposób: $a_1 = 5$ i $a_{n+1} = \frac{2}{5}a_n + n - 1$, jeśli $n \in N_+$. Czwarty

wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 2,72 B. 2,88 C. 3,64 D. 4,28

Zadanie 2. (0–1)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 2x^3 + x^2 - 3$ przez wielomian $P(x) = \frac{1}{2}x - 2$ jest równa:

- A. 17 B. -2,5 C. 141 D. 147

Zadanie 3. (0–1)

Okrąg $o: (x - 70)^2 + (y + 27)^2 = 4$ jest styczny do prostej opisanej równaniem:

- A. $3x + 4y = 0$ B. $5x + 12y = 0$ C. $x + y = 0$ D. $y = -\frac{5}{6}x$

Zadanie 4. (0–1)

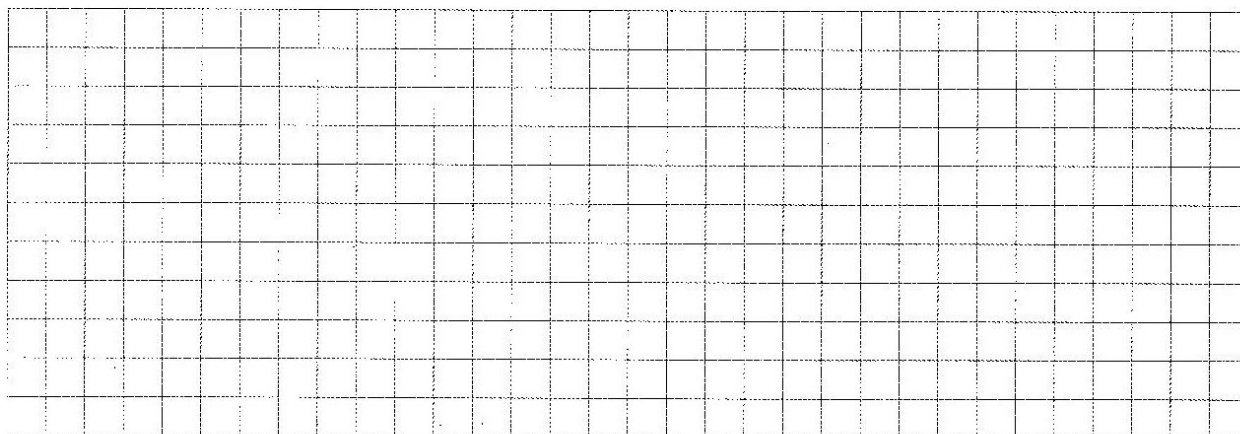
Liczba $\cos\left(-\frac{67}{6}\pi\right)$ jest równa:

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Funkcja homograficzna $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$, gdzie $x \neq -1$, jest:

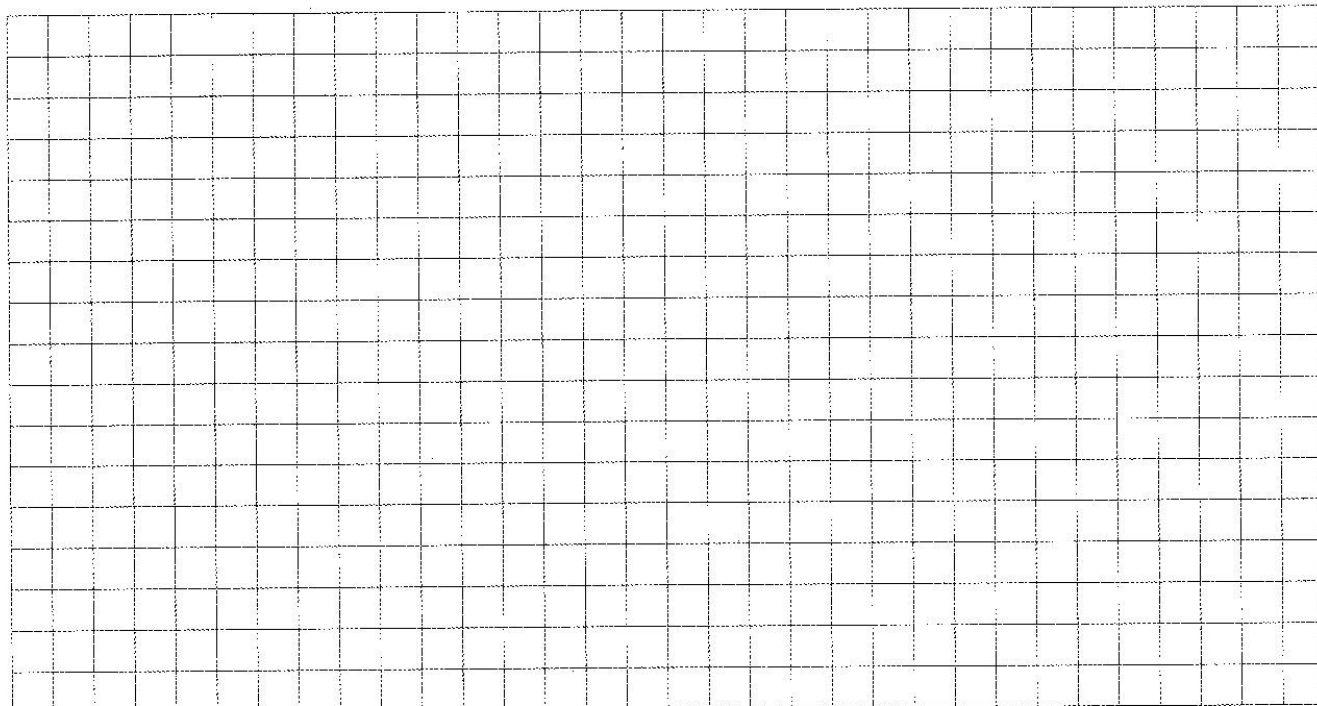
- A. rosnąca w zbiorze $\mathbf{R} - \{-1\}$
B. malejąca w zbiorze $\mathbf{R} - \{-1\}$
C. malejąca w każdym z przedziałów $(-\infty, -1)$, $(-1, +\infty)$
D. rosnąca w każdym z przedziałów $(-\infty, -1)$, $(-1, +\infty)$



Zadanie 6. (0–2)

Wyznacz sumę wszystkich rozwiązań równania $|(x - 150)(x - 18)| - |3x - 54| = 0$. Zakoduj wynik podając cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanej sumy.

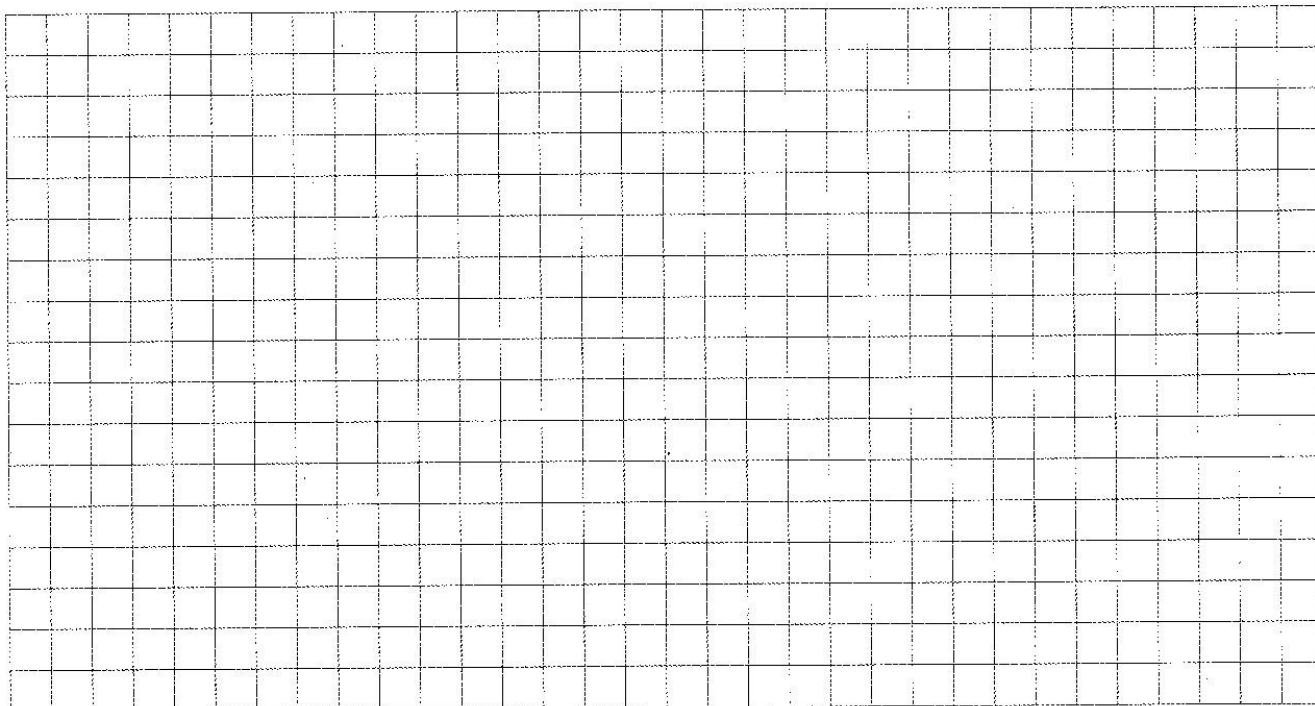
--	--	--

**Zadanie 7. (0–2)**

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x + 2} & \text{dla } x \neq -2 \\ 2kx + 127 & \text{dla } x = -2 \end{cases}$. Wyznacz wartość pa-

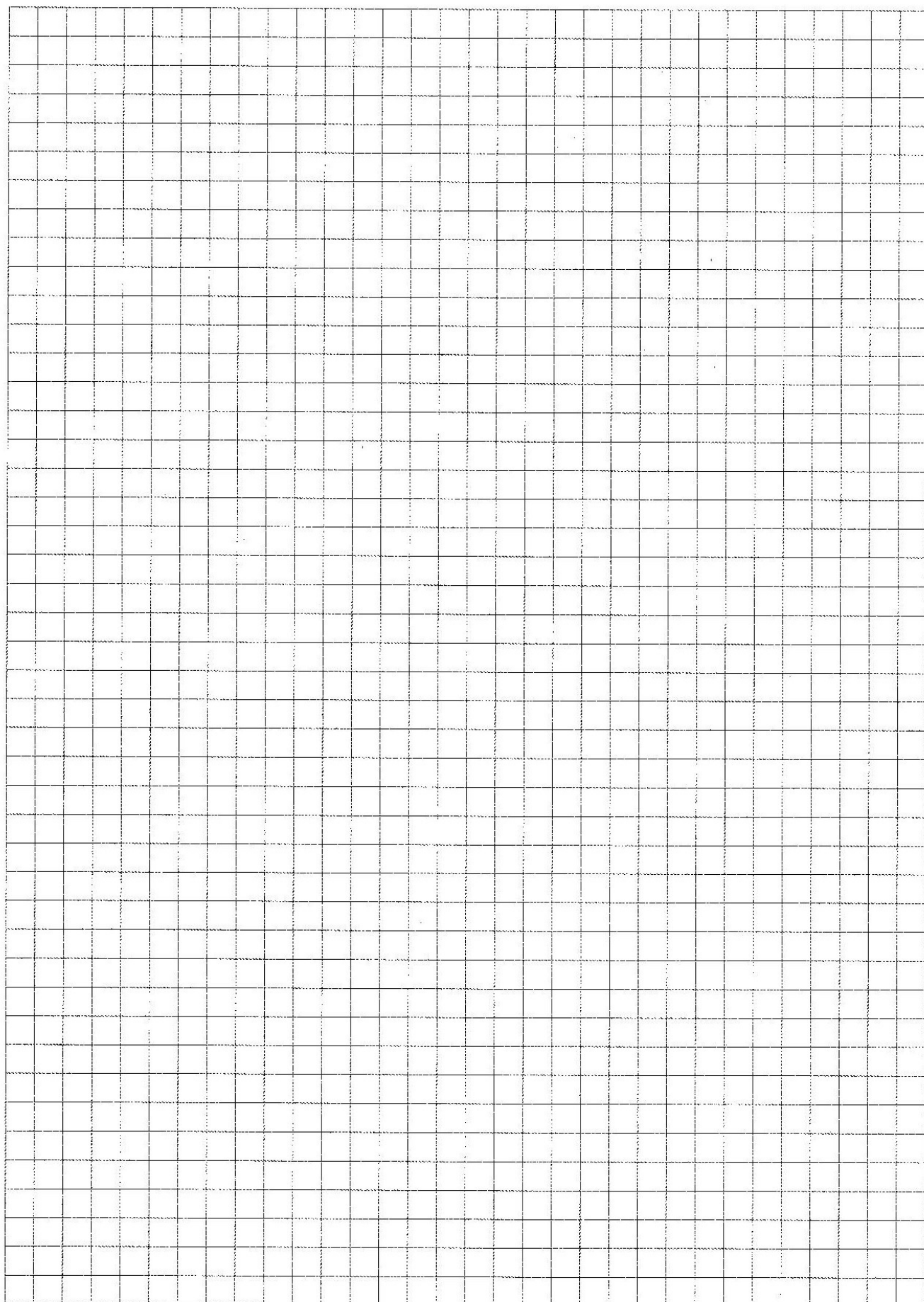
rametru k , dla którego funkcja f jest ciągła w punkcie $x_0 = -2$. Zakoduj wynik, podając cyfrę dziesiątek, jedności i pierwszą cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanej liczby.

--	--	--



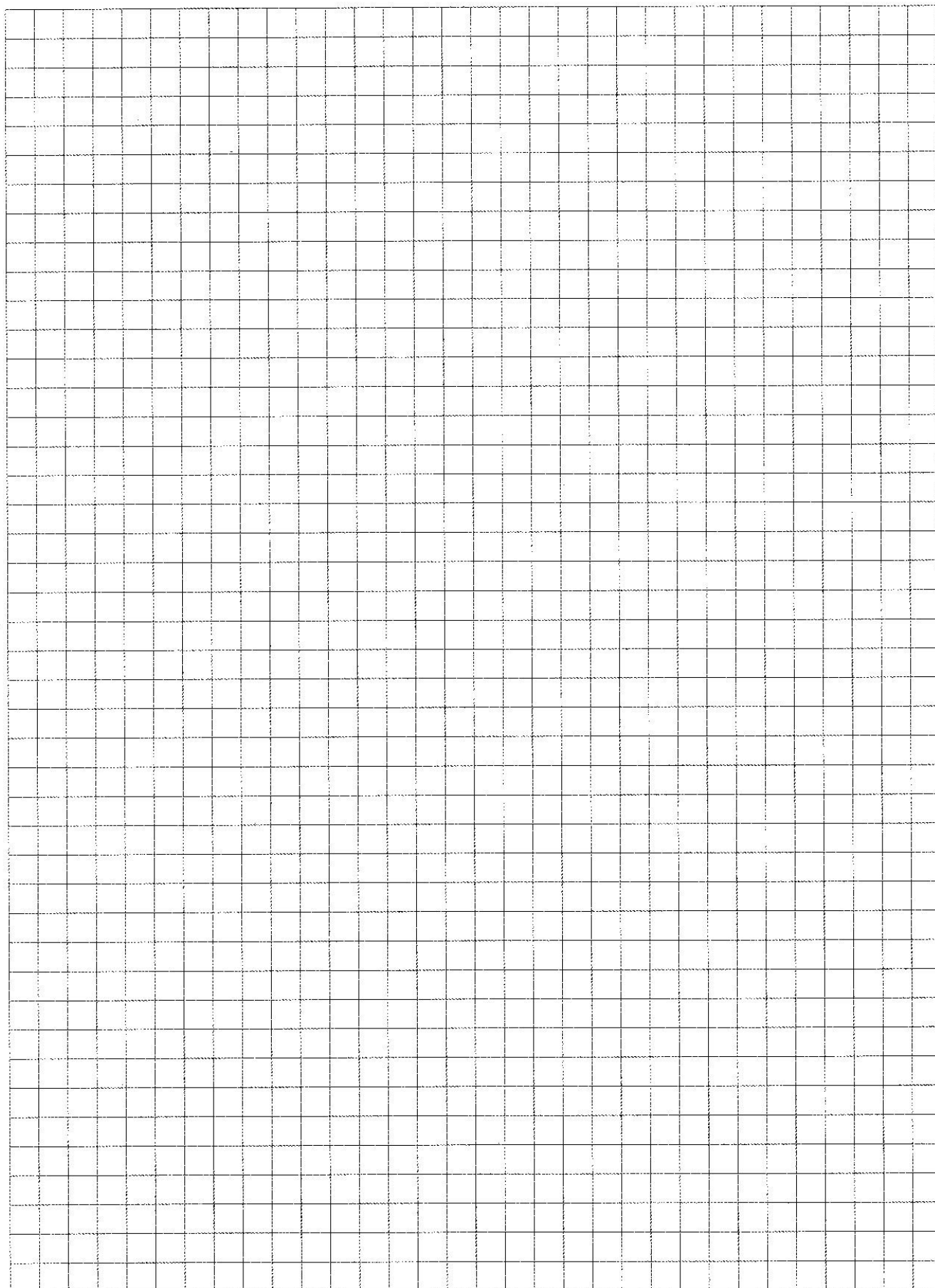
Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że jeśli $\log_{16} 12 = a$, to $\log_{24} 3 = \frac{4a - 2}{4a + 1}$.



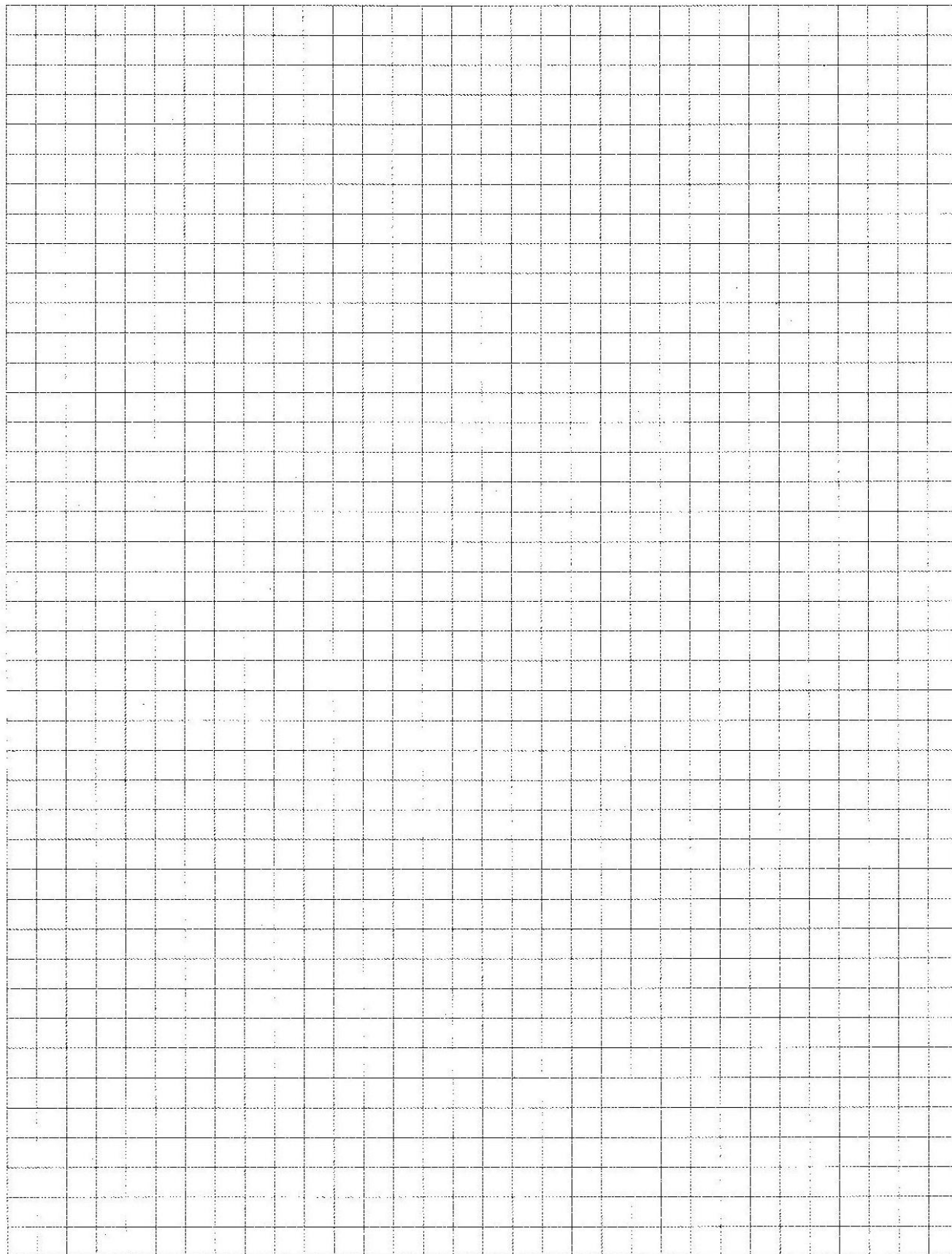
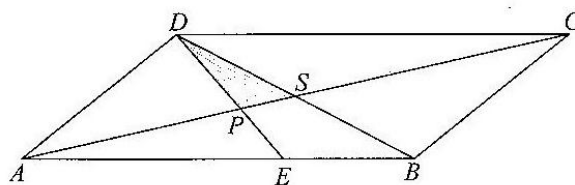
Zadanie 9. (0–3)

W parku jest 10 ławek. Każda z nich zostanie pomalowana na jeden z trzech kolorów. Wiedząc, że każdy kolor zostanie wykorzystany co najmniej raz, oblicz, na ile sposobów można pomalować te ławki.



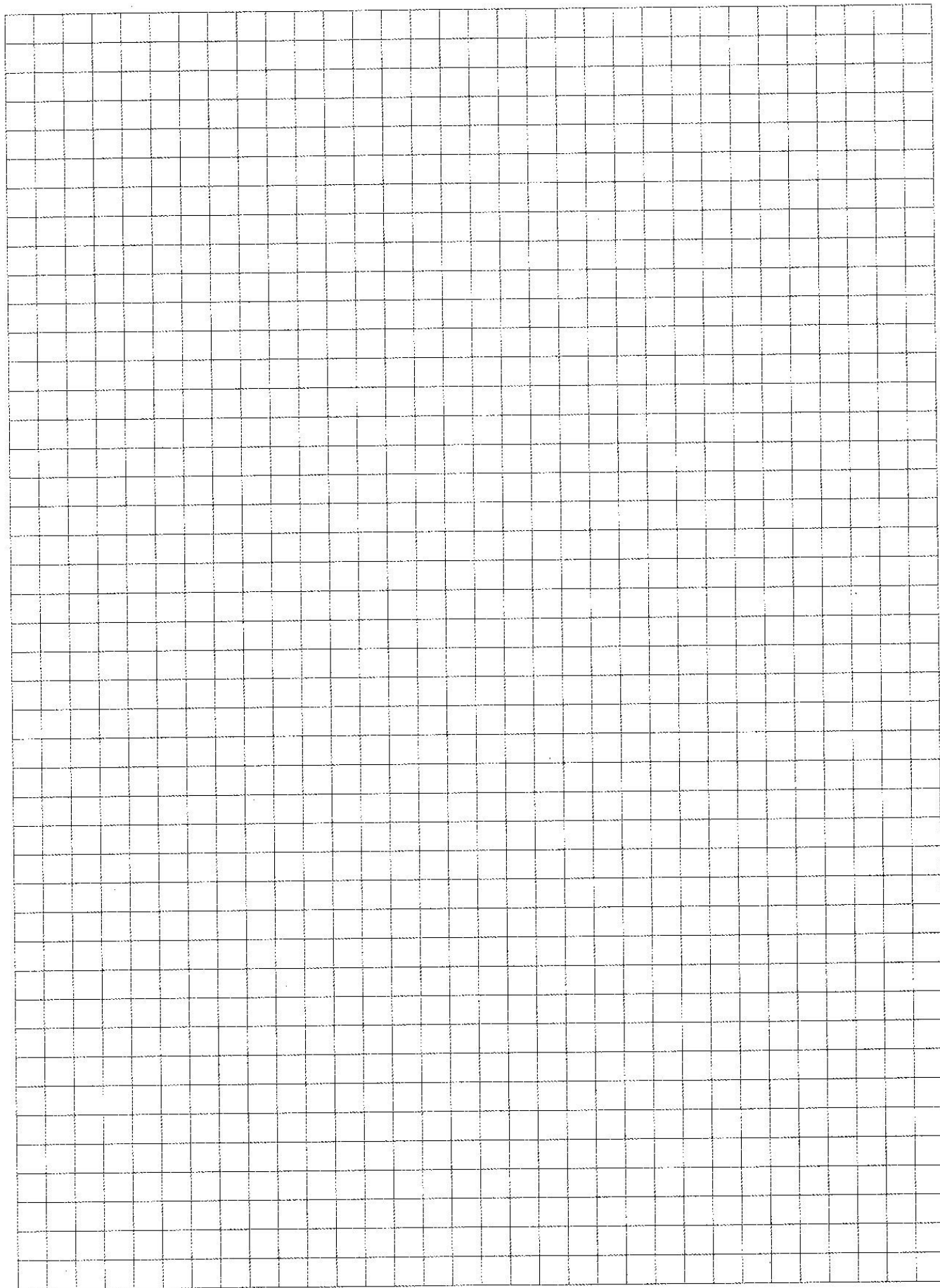
Zadanie 10. (0–3)

Na boku AB równoległoboku $ABCD$ wybrano taki punkt E , że $|AE| = 2|EB|$. Odcinki DE i DB przecinają przekątną AC odpowiednio w punktach P i S (zobacz rysunek obok). Wykaż, że pole trójkąta PSD stanowi 5% pola równoległoboku $ABCD$.



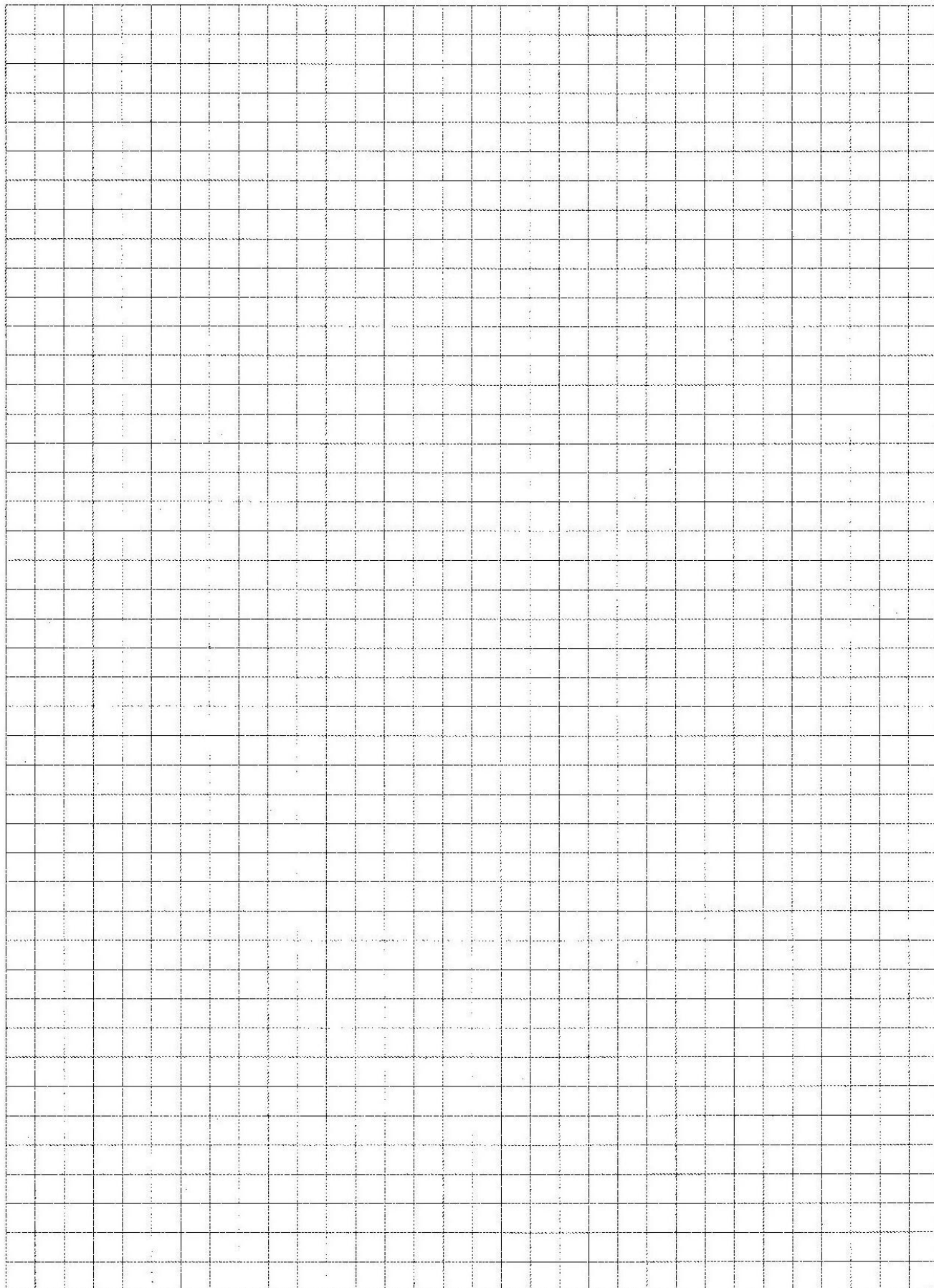
Zadanie 11. (0–4)

W dany trapez można wpisać okrąg i jednocześnie na tym trapezie można opisać okrąg. Wysokość tego trapezu jest równa 8, a jego kąt ostry ma miarę 30° . Oblicz promień okręgu opisanego na tym trapezie.



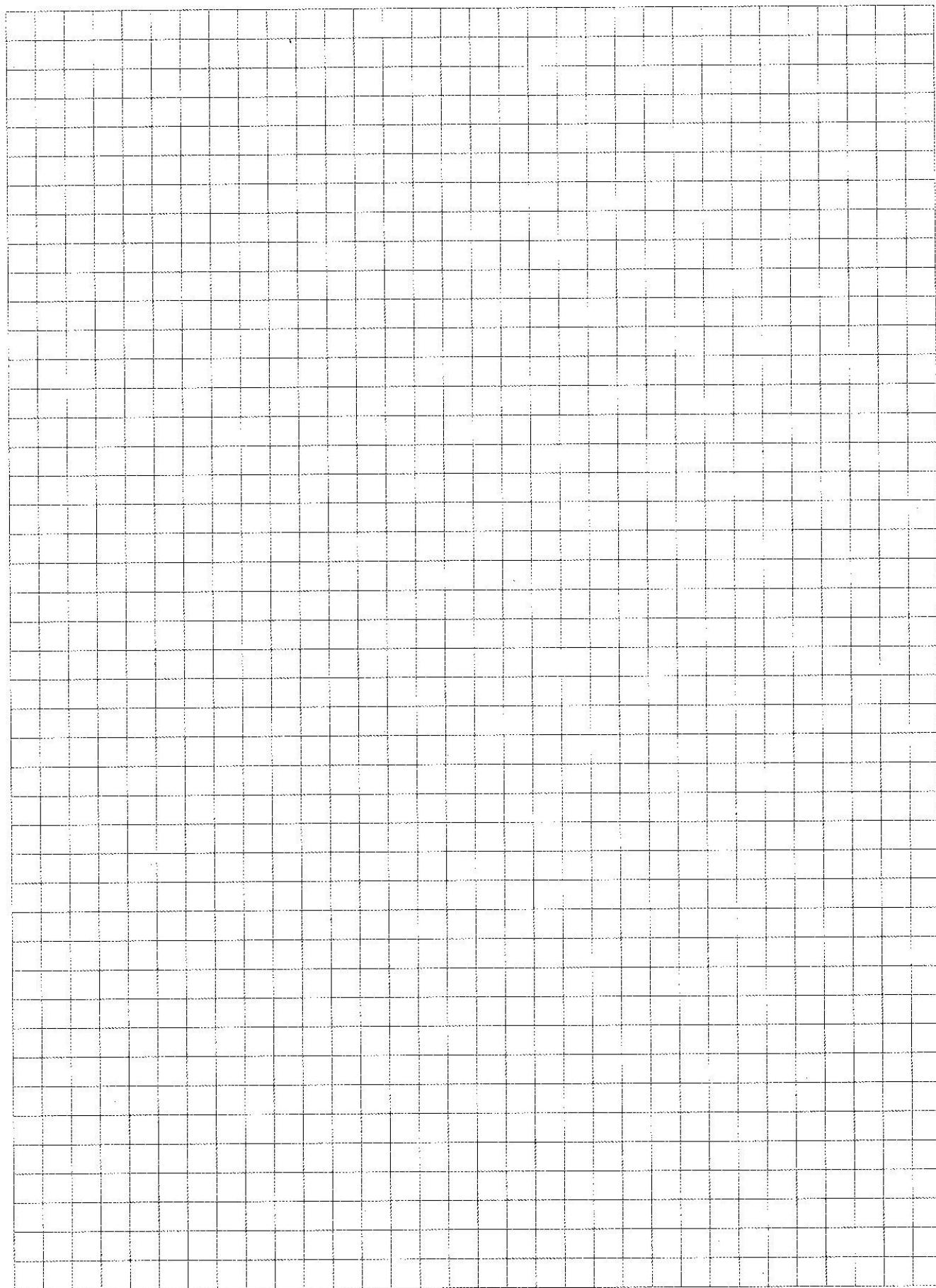
Zadanie 12. (0–4)

W koszu jest 20 jabłek i 28 gruszek. Siedem jabłek i osiem gruszek ma kolor żółty, zaś pozostałe owoce są w kolorze zielonym. Z kosza wylosowano jeden owoc, który okazał się zielony. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowany owoc jest gruszką.



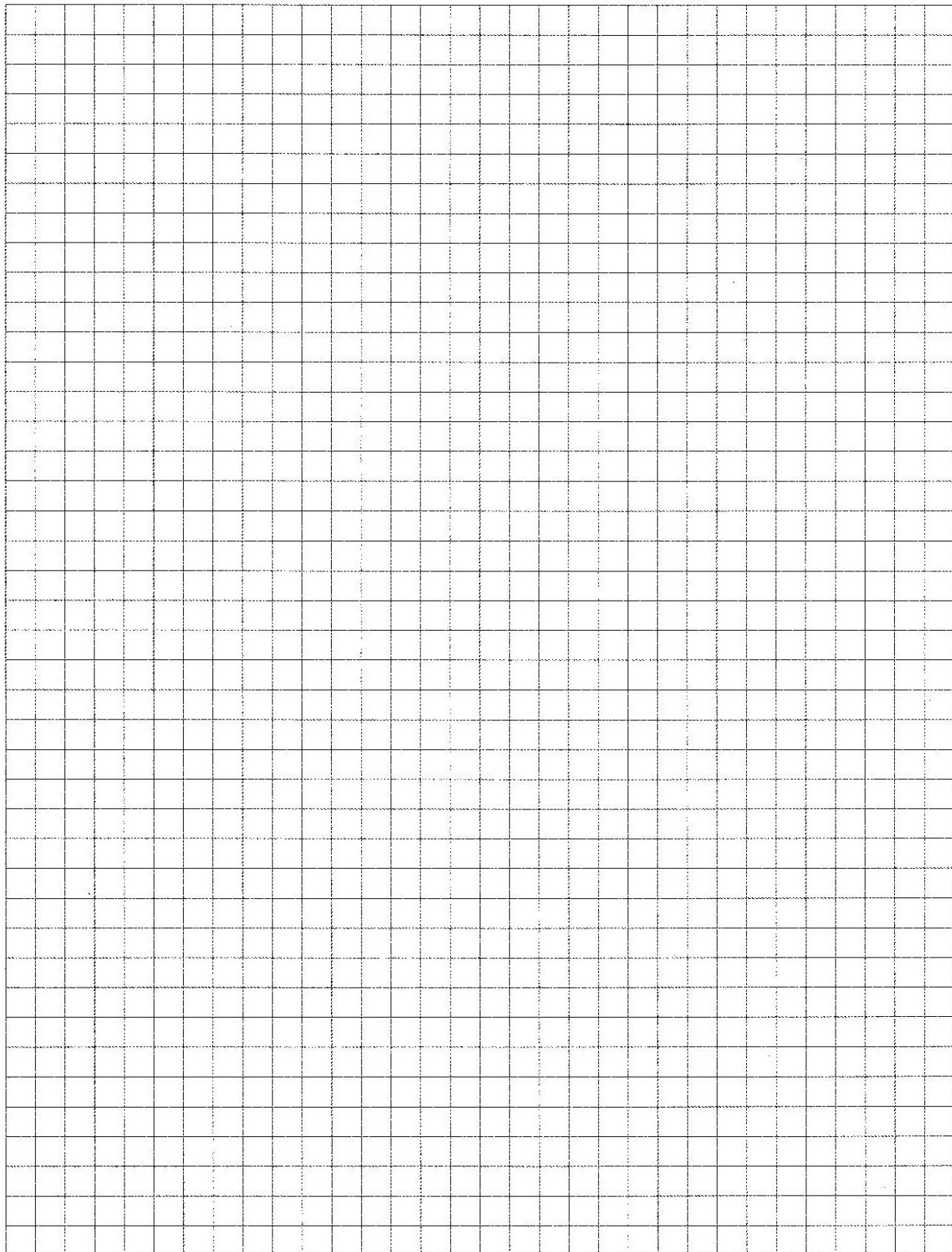
Zadanie 13. (0–5)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt między dwiema sąsiednimi ścianami bocznymi ma miarę 2α , kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę β , zaś kąt między krawędzią boczną a krawędzią podstawy jest równy γ . Wykaż, że $\sin^2\alpha \cdot \sin 2\gamma = \cos \beta$.



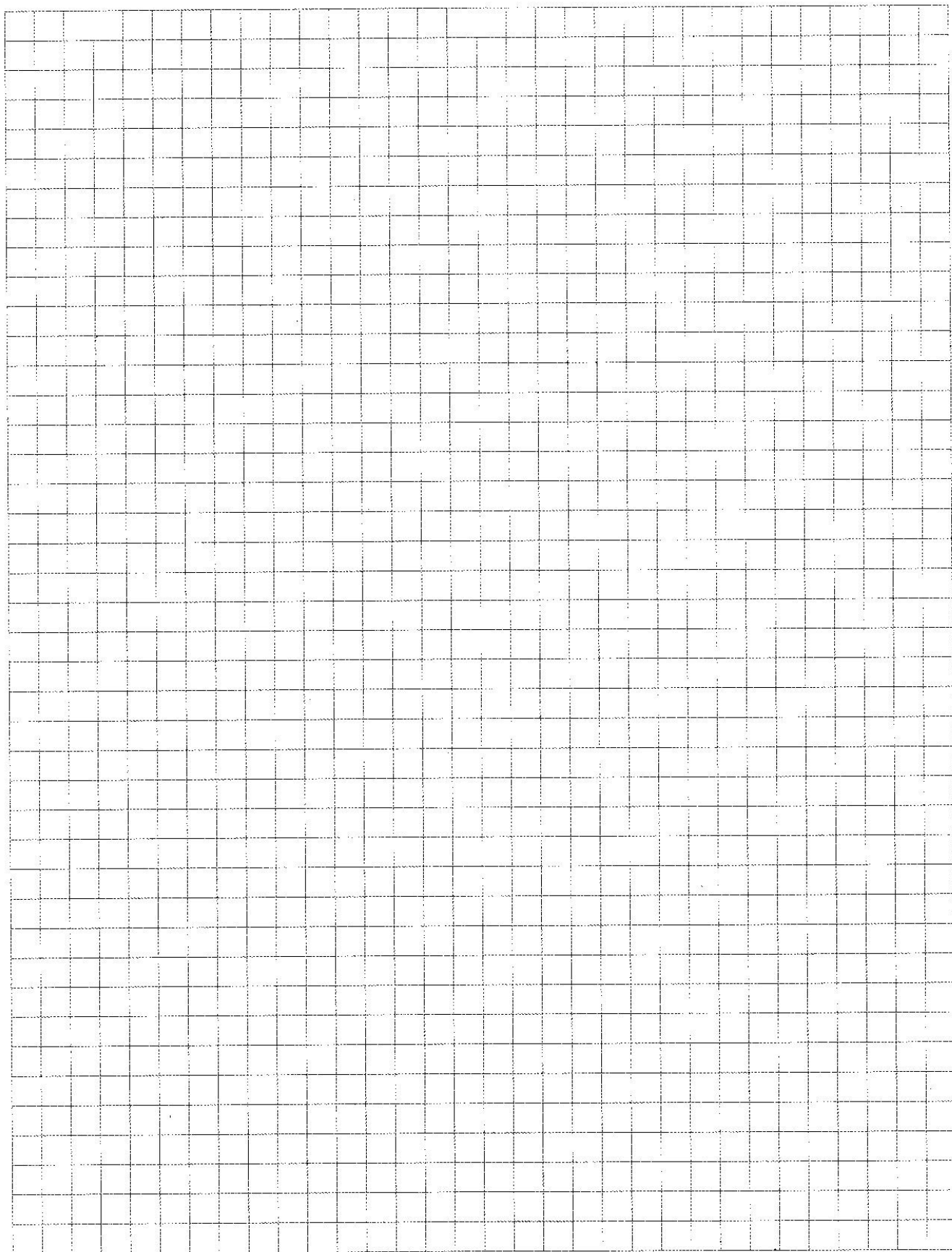
Zadanie 14. (0–6)

Wykresy funkcji kwadratowych $f(x) = 3x^2 - 2mx - m$ oraz $g(x) = mx^2 + x + 3$, gdzie $x \in \mathbf{R}$, $m \neq 0$, przecinają się w dwóch punktach. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których iloraz sumy odciętych tych punktów przez ich iloczyn jest o $\frac{1}{8}$ mniejszy od największej wartości funkcji g .



Zadanie 15. (0–6)

W trójkącie prostokątnym ABC , w którym $|\sphericalangle ACB| = 90^\circ$, dany jest wierzchołek $A(-10, -3)$. Wierzchołek B jest obrazem punktu A w jednokładności o środku w punkcie $S(14, 9)$ i skali $k = \frac{2}{3}$. Wierzchołek C należy do prostej k : $x - y + 11 = 0$. Wyznacz współrzędne punktów B i C .



Zadanie 16. (0–7)

W kwadrat $ABCD$ o boku mającym długość 8 wpisujemy trójkąty równoramienne AMN w następujący sposób: $M \in BC$, $N \in DC$, $|MN| = |AN|$ oraz $M \neq B$, $M \neq C$, $N \neq D$ i $N \neq C$ (jak na rysunku obok). Oblicz długość odcinka MB dla takiego trójkąta AMN , którego pole jest najmniejsze.

